**Guía de Estudio Semana 10**

1. Matemáticamente, ¿qué es una transformada?

Una transformada es toda función que mapea un conjunto X en otro conjunto o sobre sí mismo.

Para la transformada de Fourier, es una integral que se utiliza para transformar una función del dominio del tiempo a una función en el dominio de la frecuencia.

1. Considere una función aperiódica , y una función periódica en la cual se repite cada segundos y la serie de Fourier de cuando , para deducir la integral de Fourier.

Considere una función aperiódica finita, así como su extensión periódica de periodo . Esta segunda función, además, puede representarse a través de la serie de Fourier dada por:

donde es la frecuencia angular fundamental dada por . El coeficiente está asociado con la frecuencia , lo cual implica que dos componentes espectrales consecutivas están separadas por , que se reduce conforme aumenta el periodo . Entonces:

Como dentro del intervalo de integración se cumple , y para todo se cumple , entonces:

Si ahora se define como la función envolvente de los coeficientes , se puede expresar como:

A esta última expresión se le conoce como la Transformada de Fourier de la función .

1. Defina la transformada de Fourier y la transformada inversa de Fourier.

La transformada de Fourier es un operador que asigna a la función otra función , a la cual convergen todos los componentes cuando . Usualmente, esta transformada se designa de la siguiente forma:

Asimismo, la relación entre funciones se denota como:



Donde el círculo relleno denota siempre al dominio de la frecuencia, y el círculo blanco al dominio del tiempo.

Por otra parte, la transformada inversa de Fourier corresponde a la integral:

Lo cual se denota como:

1. ¿Cómo se pueden expresar los coeficientes de la serie de Fourier en términos de la Transformada de Fourier?

A partir de la definición de la transformada de Fourier, es posible ver los puntos como muestras de cada de dicha función:

A partir de la expresión anterior, es posible sustituir los en la serie de Fourier definida previamente para desarrollar de forma completa la expresión correspondiente a la transformada inversa de Fourier.

1. Compare los espectros de frecuencia de una señal periódica y una señal aperiódica.

Las transformadas directa e inversa de Fourier permiten asociar las representaciones de una señal en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia, donde una señal aperiódica tendrá un espectro continuo en lugar del espectro discreto de señales periódicas. De esta forma, a se le conoce como espectro de frecuencia de , a se le conoce como espectro de magnitud y a como espectro de fase.

1. Indique las condiciones de convergencia de la Transformada de Fourier.

Estas condiciones también se denominan condiciones de Dirichlet, y establecen lo siguiente:

* debe ser absolutamente integrable.
* solo puede tener un número finito de máximos y mínimos dentro de cualquier intervalo finito.
* solo puede tener un número finito de discontinuidades dentro de cualquier intervalo finito, y esas discontinuidades deben ser finitas.

Nuevamente, se debe destacar que las condiciones anteriores son suficientes mas no necesarias, dado que existen ciertas funciones que no las cumplen y tienen una representación válida en el dominio de la frecuencia.

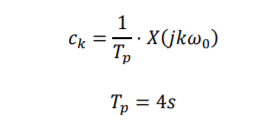
1. ¿A qué se le denomina función de densidad espectral?
   1. Dada la energía de una señal:
   2. Al termino se le denomina la densidad espectral por determinar la energía distribuida en cada una de la frecuencias de la señal
2. Defina la propiedad de escala de una función impulso unitario.
3. Encontrar la función de densidad espectral de un pulso cuadrado de amplitud , ancho y centrada en el origen, es decir:

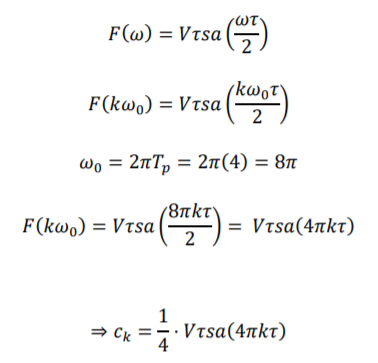
Para

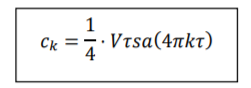
Para

De lo que se puede obtener que la función de densidad espectral de f(t) es:

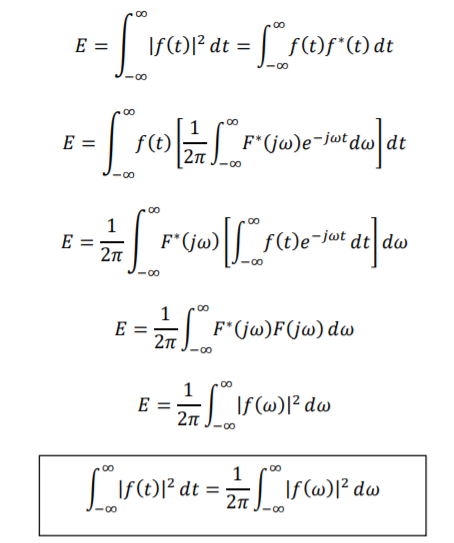
1. Determine los coeficientes de la serie de Fourier exponencial si la función dada en el inciso (9) se repite cada 4 segundos.







1. Determine el Teorema de Parseval para señales de energía.



1. Encuentre la Transformada de Fourier de una señal de tensión eléctrica dada por . A partir de la respuesta encontrada determine la energía suministrada por esa señal a una resistencia de .

